

## الرياضيات بين الفلاسفة والمتكلمين

عبد الحكيم بن يوسف الخليلي

الحمد لله تعالى وحده، والصلاة والسلام على من لا نبي بعده. يشكل الجدل الدائر بين فلاسفة الإسلام والمتكلمين أحد الجوانب التي تحظى باهتمام دارسي الفكر الإسلامي القديم. وعادة ما يتم تناول الخلاف بين هذين الفريقين إما تلك التي تدور حول مسائل العقيدة الإسلامية من القول بقدم العالم أو حدوثه، وكون النبوة بالاكْتساب أم بالاصطفاء، وحقيقة المعاد هل هو للأرواح فقط أم لها وللأبدان أيضاً، أم تلك التي تتعلق بنظرتهم إلى العالم الطبيعي نحو هل الأجسام تتكون من مادة وصورة، أم من جواهر فردة، وطبيعة السببية الطبيعية هل هي ضرورية وحتمية أم هي عادية... إلى غير ذلك من المسائل التي تزخر بها الدراسات الحديثة.

غير أن هذه الدراسات لم تلتفت بالشكل الكافي إلى أن الخلاف بين الفلاسفة والمتكلمين لم يقتصر على تلك المسائل، بل تعداه ليمتد أيضاً إلى علم الرياضيات. ففي هذا الجانب نلاحظ أن هناك خلافاً بين الفلاسفة والمتكلمين حول بعض المفاهيم النظرية لعلم الرياضيات. فبينما قبل فلاسفة الإسلام بصفة عامة التصور الإغريقي لعلم الرياضيات والتصور الأرسطي على وجه الخصوص وذلك من حيث انقسامه إلى كل من علم الهندسة والمتعلق بالكم المتصل، وعلم الحساب والمتعلق بالكم المنفصل، وبالتالي احتياج علم الهندسة إلى فرضية المقدار، وعلم الحساب إلى القول بالعدد كماهية من الماهيات العقلية، نلاحظ أن المتكلمين قد رفضوا ما ذهب إليه الفلاسفة من احتياج علم الهندسة إلى المقدار والقول بالعدد كماهية عقلية، ذاهبين إلى إمكانية قيام كل من علم الهندسة وعلم الحساب دون الاستناد إليهما، وما يمكن أن يترتب على ذلك من سقوط التمييز بينهما وهو ما فعلته بعد ذلك الرياضيات في الإسلام كما سيظهر لنا من خلال هذا البحث.

وتكمن أهمية هذا الموضوع في كونه يتناول جانباً مهماً من جوانب تراثنا الفكري، لم يحظ

بالاهتمام الكافي من قبل الدارسين، وذلك من حيث كونه يكشف لنا عن اختلاف المنطلقات الفكرية لدى كل من الفلاسفة والمتكلمين تجاه علم يعتبر من أكثر العلوم حيادا وموضوعية، وكيف أنه بناء على اختلاف هذه المنطلقات أصبح لدى فريق تصور لهذا العلم يختلف عن ذلك الذي لدى الآخر. بالإضافة إلى ذلك، فإن الدراسات الحديثة المتعلقة بتطور علم الرياضيات في الإسلام تشير إلى أن علماء الرياضيات من المسلمين استطاعوا أن يحققوا إنجازات مهمة في علم الرياضيات، وأن تصورهم للرياضيات كان أقرب إلى العلم الحديث منه إلى فلاسفة الإغريق، وذلك من ناحية عدم خضوعهم للتمييز الحاد بين الكم المتصل والكم المنفصل، وكيف أن مثل هذه التصورات لم تظهر في الغرب إلا في القرنين السادس عشر والسابع عشر.

وهذه الدراسة سيكون اهتمامها الرئيس منصبا على إبراز الخلاف بين الفلاسفة والمتكلمين حول علم الرياضيات بغية تجلية موقف كل من الفريقين، وبيان المنطلقات الفكرية التي ينطلق منها، وذلك بتناول موقف كل منهما حول فرضية المقدار لعلم الهندسة، ومفهوم العدد لعلم الحساب. بعد ذلك ستحاول الدراسة أن تربط بين الخلاف بين هذين الفريقين حول هذه المسائل وبين ما تشير إليه الدراسات الحديثة من أن الرياضيات في الإسلام قد استطاعت أن تتجاوز ذلك الفصل القائم بين علم الهندسة وعلم الحساب والذي تميزت به الرياضيات الإغريقية، والذي نجده أيضاً لدى فلاسفتنا المسلمين، وذلك من خلال تقديم بعض الأمثلة الموضحة لهذا الجانب.

وما أقصده هنا بالفلاسفة الإسلاميين هم أصحاب التيار المشائي أمثال الكندي والفارابي وابن سينا. فعلى الرغم من وجود بعض الاختلافات اليسيرة بينهم حول منزلة الرياضيات بالنسبة لسائر العلوم، فإنهم متفقون، بالنسبة لعلم الرياضيات، حول القضايا الرئيسية لهذا العلم من كونه يشمل علم الهندسة والذي موضوعه الكم المتصل، وعلم الحساب والذي موضوعه الكم المنفصل، واحتياج الأول لفرضية المقدار والثاني لمفهوم العدد<sup>(١)</sup>. ولكون هذه المسائل محل اتفاق بينهم فإن هذه الدراسة ستتخذ من ابن سينا نموذجا لهؤلاء الفلاسفة، وذلك بسبب اكتمال مثل هذا التصور لديه، ووضوح مفرداته.

أما بالنسبة للمتكلمين فإن المقصود بهم هنا المعتزلة والأشاعرة. واعتراض المتكلمين على

١- فيما يتعلق بالكندي انظر: حسام محي الدين الألوسي، فلسفة الكندي وآراء القدامى والمحدثين فيه، دار الطليعة، بيروت، ١٩٨٤م، ص ١٤-٢٥، وبالنسبة للفارابي انظر: الألوسي، "تقسيم العلوم ومكانة الفلسفة منها عند فلاسفة الإسلام إلى ابن سينا"، ضمن كتابه دراسات في الفكر الفلسفي الإسلامي، بيروت، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، ١٤٠٠هـ/١٩٨٠م، ص ١٩٩-٢٣٥.

التصور الفلسفي لعلم الرياضيات لم يكن نتيجة وجود نظرية كلامية حول تقسيم العلوم، وبيان منزلة علم الرياضيات منها، والأقسام التي ينقسم إليها هذا العلم، بل كان نابعا من كونه يتعارض مع تصوراتهم إما الطبيعية، وذلك بالنسبة للمقدار والذي يتعارض مع نظرية الجوهر الفرد التي يأخذ بها المتكلمون، أو تصوراتهم النظرية وذلك بالنسبة لمفهوم العدد وذلك لكونهم ينكرون القول بالماهية العقلية.

ستنقسم الدراسة إلى ثلاثة أقسام وخاتمة. سيتناول القسم الأول تصور فلاسفة الإسلام لعلم الرياضيات وذلك كما نجده لدى ابن سينا. في القسم الثاني سيتم تناول نقد المتكلمين لتصور الفلاسفة لعلم الرياضيات من حيث احتياج علم الهندسة لفرضية المقدار وعلم الحساب لمفهوم العدد. أما القسم الثالث فسيقدم بعض الأمثلة من علم الرياضيات في الإسلام والتي توضح كيف أن علماء الرياضيات في الإسلام لم يأخذوا بذلك التمييز الذي يقول به الفلاسفة بين علم الهندسة وعلم العدد، مما يمكن اعتباره مؤشراً على أثر نقد المتكلمين للتصور الفلسفي في هذا الجانب.

بحسب تقسيم ابن سينا للعلوم، فإن علم الرياضيات يقع في مرتبة وسطى بين علم الميتافيزيقا أو الإلهيات، وبين علم الطبيعة. فابن سينا يقسم العلوم الفلسفية إلى علوم نظرية والتي يكون الهدف منها استكمال القوة الناطقة، وإلى علوم عملية، والتي تترتب على استكمال تلك العلوم النظرية ليحصل منها استكمال القوة العملية بالأخلاق<sup>(٢)</sup>. وتنقسم العلوم النظرية بدورها إلى ثلاثة أقسام وذلك بحسب قربها أو بعدها عن المادة: الطبيعية، والتعليمية، والإلهية. وموضوع العلوم الطبيعية الأجسام من حيث هي متحركة وساكنة. وموضوع العلوم التعليمية إما ما هو كم مجرد عن المادة بالذات، وإما ما هو ذو كم. وموضوع العلوم الإلهية الأمور المفارقة للمادة بالقوام والحد<sup>(٣)</sup>. ويقسم ابن سينا العلم الرياضي إلى أربعة علوم أصلية هي علم الهندسة وعلم العدد وعلم الهيئة وعلم الموسيقى. ومن هذه العلوم الأصلية تتفرع علوم فرعية أخرى<sup>(٤)</sup>.

٢- الحسين بن عبد الله ابن سينا، الشفا، الإلهيات، تحقيق: الأب قنواتي وسعيد زايد، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة، ١٣٨٠هـ/١٩٦٠م، ج ١، ص ٣-٤.

٣- المرجع نفسه، ج ١، ص ٤.

٤- ابن سينا، رسالة في أقسام العلوم العقلية، ضمن تسع رسائل في الحكمة والطبيعات، مطبعة هندية بالموسكي، القاهرة، ١٣٢٦هـ/١٩٠٨م، ص ١١١-١١٢، وانظر: جعفر آل يس، فيلسوف عالم: دراسة تحليلية لحياة ابن سينا وفكره الفلسفي، دار الأندلس، بيروت، ١٤٠٤هـ/١٩٨٤م، ص ٩١-٩٩، الألويسي، "تقسيم العلوم ومكانة الفلسفة منها عند فلاسفة الإسلام إلى ابن سينا"، ضمن كتابه دراسات في الفكر الفلسفي الإسلامي، ص ١٩٩-٢٣٥.

وإذا ما قصرنا حديثنا على العلوم الرياضية المحضنة وهي علم الهندسة وعلم الحساب<sup>(٥)</sup>، فإن ابن سينا، ومتابعا لأرسطو، يميز بينهما بأن موضوع الأول هو الكم المتصل، وموضوع الثاني هو الكم المنفصل<sup>(٦)</sup>. ويعرف ابن سينا الكم المتصل بأنه: "الذي يمكن أن تفرض له أجزاء يجمع بينهما حد مشترك هو نهاية لجزأين منها"<sup>(٧)</sup>. وذلك كالخط مثلا، فإن أي جزء فرض فيه فهو نهاية لجزء من الخط، وهو نفسه أيضاً بداية لجزء آخر. فهو مشترك بين جزئي الخط. أما الكم المنفصل فهو الذي لا يوجد لأجزائه حد مشترك، وذلك كالعدد سبعة مثلا، فإنها إذا قسمت إلى ثلاثة وأربعة لم يكن هناك حد مشترك بين هذين العددين<sup>(٨)</sup>. سأبدأ أولاً بتوضيح تصور ابن سينا لعلم الهندسة، على أن أتبعه بتصوره لعلم العدد.

يتصور ابن سينا الكم المتصل على أنه المقدار الذي يكون حالاً في الجسم. ومن هذه الناحية فهو عرض وليس بجوهر<sup>(٩)</sup>. ولتوضيح تصور ابن سينا للمقدار يتعين علينا أن نبدأ ببيان تصوره للجسم الطبيعي. فبالنسبة لابن سينا فإن الجسم الطبيعي يتكون من مبدئين هما: العلة المادية والعلة الصورية، أو عبارة أخرى الهيولى والصورة. أما الهيولى فهي عبارة عن مادة هلامية لا شكل لها، وذلك بانتظار أن تحلها الصورة، وبحلول الصورة فيها تتخذ الهيولى شكلاً محددًا، ويتحصل من اتحادهما الجسم الطبيعي<sup>(١٠)</sup>. هذا فيما يتعلق بالجسم. أما بالنسبة للمقدار، فإن ابن سينا يستدل على وجوده بأنه لما كان الجسم تتغير أشكاله فيصبح مكعباً أو كروياً، إلى غير ذلك من الأشكال الهندسية، فإنه وعلى الرغم من تغير واختلاف أشكال

٥- ابن سينا، الشفاء، الإلهيات، ج ١، ص ٢٢.

٦- بالنسبة لتصور أرسطو لعلم الرياضيات انظر:

Apostle, H. G., *Aristotle's Philosophy of Mathematics*, Chicago, The university of Chicago press, 1952.

وبالنسبة للتصور الإغريقي للرياضيات بصفة عامة انظر:

Maziarz, E. A. & Greenwood, T., *Greek Mathematical Philosophy: The Development of Mathematics and Philosophy*, New York, Barnes & Noble Book, 1995.

Kline, M., *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. Vol. 1, New York, Oxford, Oxford University press, 1990, pp. 24-182.

٧- ابن سينا، الشفاء، المنطق، ٢- المقولات، تحقيق: الأب فتواي، محمود محمد الخضير، أحمد فؤاد الأهواني، سعيد زايد، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة، ١٣٧٨هـ/١٩٥٩م، ص ١١٨.

٨- ابن سينا، المرجع السابق، المنطق، ٢، المقولات، ص ١١٦.

٩- ابن سينا، المرجع السابق، الإلهيات، ج ١، ص ١١١.

١٠- ابن سينا، المرجع السابق، الطبيعيات، ١- الساع الطبيعي، تحقيق: سعيد زايد، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ١٩٨٣م، ص ٤٨-٥٤. وبالإضافة للادة والصورة هناك مبدآن خارجيان للجسم الطبيعي هما: العلة الفاعلية والعلة الغائية.

الجسم، إلا أن مادته باقية، غير أن اختلاف الأشكال التي يتخذها الجسم يترتب عليه أن تتغير أبعاد الجسم وأقطاره وذلك تبعاً للشكل الذي سيكون عليه. فلا بد حينئذ من وجود شيئين: أحدهما باقٍ لا يختلف، وهو مادة الجسم. والآخر زائل ومختلف وذلك هو المقدار، والذي يسمى أيضاً الجسم التعليمي<sup>(١١)</sup>. ومن خواص المقدار أنه يقبل القسمة إلى ما لا نهاية له بالقوة، وبسبب حلوله في الجسم فإن هذا الأخير يقبل القسمة أيضاً إلى ما لا نهاية له، فلا يمكن أن تقف القسمة عند حدٍ إلا وتصح القسمة للجسم بعده. والمراد بالقسمة هاهنا هي القسمة الفرضية، أي القسمة الحاصلة بالوهم، لا القسمة الفعلية<sup>(١٢)</sup>. وبإثبات المقدار أصبح لعلم الهندسة موضوع يتعلق به. فالهندسة علم يقوم بدراسة الأشكال الهندسية. ولما كانت هذه الأشكال لا يمكن تحققها في الواقع على صورة كاملة، إذ لا يمكن أن توجد في الخارج دائرة تامة الاستدارة، ولا خط مستقيم تام الاستقامة، كان لا بد من افتراض وجود المقدار ليصح القول بتحققها في الخارج.

أما كيفية إدراك هذا المقدار، فإن ابن سينا يرى أنه يدرك بتجريده عن المادة الحال فيها، وفي هذا يقول ابن سينا: "وهذا المقدار قد بان أنه في مادة، وأنه يزيد وينقص والجوهر باقٍ، فهو عرض لا محالة، ولكنه من الأعراض التي تتعلق بالمادة وبشيء من المادة، لأن هذا المقدار لا يفارق المادة إلا بالتوهم، ولا يفارق الصورة التي للمادة، لأنه مقدار الشيء المتصل الذي يقبل أبعاد كذا، وهذا لا يمكن أن يكون بلا هذا الشيء المتصل<sup>(١٣)</sup>. إذا فالمقدار عرض لأنه حال في المادة، وهذا العرض تجري عليه تغيرات لأطواله فتزيد وتنقص مع بقاء المادة، غير أن هذا العرض لا يفارق المادة إلا بالتوهم، بمعنى أن قوة التوهم هي التي تقوم بتجريده من المادة. وهو أنه وإن قبل تجريده عن المادة في الوهم، إلا أنه لا يقبل مفارقة صورة المادة، لأن ذلك من طبيعته بما هو مقدار. فهو مقدار لما هو متصل، أي ما يقبل أبعاداً معينة، فلا بد من مقارنة صورة الاتصال له وإلا لبطلت طبيعته من الأساس. ولكونه لا يفارق صورة الاتصال، كانت القوة الوهمية هي المنوط بها إدراكه، لأن القوة الوهمية هي التي من شأنها أن تدرك "المعاني التي في المحسوسات، وذلك من دون أن يكون شيء من تلك المعاني مدركاً بالحواس على الرغم من كونها حالة في الحواس<sup>(١٤)</sup>.

١١- ابن سينا، المرجع السابق، الإلهيات، ج ١، ص ٦٣-٦٣، وأيضاً المرجع نفسه، المنطق ٢ المقولات ص ١١٤-١١٥.

١٢- ابن سينا، النجاة، تنقيح وتقديم ماجد فخري، دار الآفاق الجديدة، بيروت، ١٤٠٥هـ/١٩٨٥م، ص ١٣٩-١٤١، الإشارات والتنبيهات، دار نشر البلاغة، قم، ١٣٧٥هـ، ج ٢، ص ٢٨-٣٢.

١٣- ابن سينا، الشفا، الإلهيات، ج ١، ص ١١١.

١٤- ابن سينا، المرجع السابق، الطبيعيات، ٦ النفس، تحقيق: الأب جورج فنواي، سعيد زايد، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ١٣٩٥هـ/١٩٧٥م، ص ١٦٣.

فالمقدار وإن كان حالاً في الأجسام المحسوسة، إلا أنه لا يدرك بالحواس، بل يدرك بتجريده عن المحسوسات. وبهذا يتحقق لعلم الهندسة كل من الوضعية الوجودية والوضعية المعرفية. فمن الناحية الوجودية فإن موضوع هذا العلم هو المقدار والذي هو عرض حال في الأجسام المحسوسة. ومن الناحية المعرفية فقد تم تخصيص قوة ذهنية منوط بها إدراك موضوع هذا العلم هي القوة الوهمية والتي تقوم بتجريده عن المحسوسات الخارجية.

أما بالنسبة لعلم الحساب فإن ابن سينا يشير في كتاب الحساب من الشفا أنه فيما يتعلق بماهية العدد وحقيقته، فإنه وإن تناول بعض مباحثه في كتاب قاطيغورياس أو المقولات من الشفا إلا أن تحقيقه سيكون "العلم الأعلى"<sup>(١٥)</sup>. والمراد بالعلم الأعلى الإلهيات.

وبداية يحاول ابن سينا أن يبين العدد هو شيء موجود في الخارج وليس تصوراً ذهنياً فقط، فيقرر ابن سينا أن العدد موجود في الخارج وأنه موجود كعرض. ودليله على عرضية العدد هو أن العدد مؤلف من الوحدات، والوحدة إما أن تقال على العرض أو أن تقال على الجوهر. فإذا قيلت على الأعراض فلا تكون جوهرًا، بل عرضًا، لأن الجوهر لا يحمل على العرض. وإذا قيلت الوحدة على الجوهر فإنها لا تقال عليه على أنها جزء داخل في مفهوم الجوهر مقوم له كالجنس والفصل، بل يكون قولها عليه "قول عرضي". فيكون الجوهر المقول عليه الوحدة واحداً، والوحدة عرضاً محمولاً عليه. ويختم ابن سينا دليله بقوله: "وإذا كانت الوحدة عرضاً، فالعدد المؤلف من الوحدة عرض<sup>(١٦)</sup>."

بعد أن بين ابن سينا الوضعية الوجودية للعدد، يحاول أن يبين ماهيته، وهو يخصص الفصل الخامس من المقالة الثالثة من إلهيات الشفا في "تحقيق ماهية العدد وتحديد أنواعه وبيان أوائله"<sup>(١٧)</sup>.

١٥- ابن سينا، المرجع السابق، الفن الثاني في الرياضيات، الحساب، تحقيق: الأستاذ عبد الحميد لطفي مظهر، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ١٩٧٥، ص ١٧.

١٦- ابن سينا، المرجع السابق، الإلهيات، ج ١، ص ١٠٤-١١٠. والدليل طويل نوعاً ما وما قدمته هو اختصار له. ويوضح أحد شراح ابن سينا تصور ابن سينا لكيفية وجود العدد في الخارج كشيء زائد على المعدودات على النحو التالي: زيد مثلاً له وحدة عددية تختلف عن تلك التي لعمره، وهما يختلفان عن تلك التي ل بكر، وإن كان الجميع يشترك في الإنسانية. وإذا ثبت وجود وحدات في الخارج فوق واحدة، تحقق وجود العدد، إذ العدد "ليس معناه إلا المركب من الوحدات". والمركب من الأمور الوجودية لا يمكن أن يكون عدماً. فالعدد، إذاً، هو أمر موجود في الخارج زائد في التصور على المعدودات من الماهيات الخارجية. انظر: صدر الدين محمد الشيرازي، شرح وتعليق على إلهيات الشفا، تحقيق: نجفلي حبيبي، انتشارات بنباد، طهران، ١٣٨٢، ج ١، ص ٥٠٢.

١٧- ابن سينا، الشفا، الإلهيات، ج ١، ص ١١٩.

وبداية يقرر ابن سينا أن للعدد وجودًا على مستويين: وجود في الأشياء الخارجية، ووجود في الذهن "في النفس" (١٨). وإذا كان للعدد وجوداً خارجياً، أصبح العدد حقيقة من الحقائق الخارجية وبالتالي له ماهية كالماهيات الأخرى، ومن هنا يصبح من الممكن تبين ماهية العدد. وبداية يقرر ابن سينا أن: "كل واحد من الأعداد فإنه نوع بنفسه" (١٩). وإذا كان كل عدد نوعاً بنفسه فإن مؤدى ذلك أن يصبح كل عدد متمايزاً عن العدد الآخر بفضل حقيقته النوعية، وأن يصبح لكل عدد من حيث هو نوع خواص تختلف عن خواص العدد الآخر. والحق أن هذا ما يؤكد ابن سينا من أن الشيء الذي لا حقيقة له لا يمكن أن تتحدد له خصائص يتميز بها عن غيره كأن يكون عدداً تاماً أو ناقصاً، مربعاً أو مكعباً، أولياً أو مركباً إلى غير ذلك من الخصائص التي تتميز بها الأعداد عن بعضها البعض. ويخلص ابن سينا إلى القول بأن: "لكل واحد من الأعداد حقيقة تخصه، وصورة يتصور بها في النفس، وتلك الحقيقة وحدته التي بها هو ما هو" (٢٠).

بعد أن بين ابن سينا أن كل عدد هو نوع قائم بنفسه، وله ماهية خاصة به، شرع في بيان ماهية العدد، أو حدّه كما يقول هو، وذلك بقوله: "وحدّ كل واحد من الأعداد - إن أردت التحقيق - هو أن يقال: إنه عدد من اجتماع واحد وواحد وواحد، وتذكر الأحاد كلها" (٢١). وعلى هذا فالعدد هو مجموع الوحدات، أو ما تتركب من الوحدات. وعليه، فإذا أردنا أن نحدّد العشرة وجب أن نقول إنها تتكون من اجتماع الأحاد كلها التي تتركب منها. بمعنى أن تعريف العشرة يكون بأن يقال إنها ما يتكون من واحد وواحد وواحد، وهكذا حتى نأتي على أحاد العشرة بكاملها. ومن هنا يرفض ابن سينا أن تعرّف العشرة بأنها ما يتركب من خمسة وخمسة مثلاً، لأن العشرة، كما يقرر، ليس بأولى أن تتركب من خمسة وخمسة، من أن تتركب من ستة وأربعة مثلاً. ولما كان للعدد ماهية واحدة تخصه، لم يمكن أن يكون له تعريفات عدة، بل لن يكون له سوى تعريف واحد. فللعدد عشرة "بما هو عشرة ماهية واحدة، ومحال أن تكون ماهية واحدة، وما يدل على ماهية من حيث هي واحدة حدود مختلفة" (٢٢). فوحدة الماهية يترتب عليها وحدة الحدّ والتعريف.

إذاً، فالعدد هو أمر زائد على المعدودات الخارجية، وهو أمر موجود في الخارج حال في

١٨- المرجع السابق، ج ١، ص ١١٩.

١٩- المرجع السابق، ج ١، ص ١١٩.

٢٠- المرجع السابق، ج ١، ص ١١٩.

٢١- المرجع السابق، ج ١، ص ١٢١.

٢٢- المرجع السابق، ج ١، ص ١٢١.

المعدودات الخارجية. وعليه فكما لعلم الهندسة وضعية وجودية ووضعية معرفية، كذلك الحال بالنسبة لعلم الحساب أيضاً. فبالنسبة للوضعية الوجودية فالعدد، وكما مرّ بنا سابقاً، موجود في الخارج وذلك كعرض حال في المعدودات الخارجية زائد عليها. وأما بالنسبة للوضعية المعرفية فإن النفس تقوم بإدراك العدد وذلك بعد تجريده عن المعدودات الخارجية.

قبل أن نتقل إلى تناول نقد المتكلمين للفلاسفة يجدر بنا أن نتعرف على الأسس النظرية التي حكمت تصور الفلاسفة لعلم الرياضيات، إذ من شأن ذلك أن يجعلنا أكثر قدرة على فهم نقد المتكلمين لهذا التصور، وبالتالي تبين ما يترتب على هذا النقد فيما يتعلق بتطور علم الرياضيات في الإسلام. ذلك أن نقد ذلك التصور هو نقد في حقيقة الأمر لتلك الأسس التي تقف وراءه.

ويمكن القول بأن تقسيم علم الرياضيات إلى علم الهندسة وعلم الحساب من قبل الفلاسفة الإغريق، والذي أخذ به فلاسفة الإسلام، كان بسبب عدم قدرة الرياضيات الإغريقية على التعامل مع الأعداد الصم (irrational numbers) على أنها أعداد، مما فرض عليهم التمييز بين الهندسة كعلم يختص بالكم المتصل، والحساب كعلم يتعلق بالكم المنفصل، وذلك بأن جعلت الهندسة هي التي تتعامل مع هذا النوع من الأعداد<sup>(٢٣)</sup>. ومن هنا وصف الرياضيات الإغريقية بأنها في جوهرها رياضيات هندسية.

كما أنه وبالنسبة لعلم الهندسة، فإن القول بالمقدار كموضوع لهذا العلم، فإن هذا العلم سيكون مرتبطاً بالوجود الخارجي. بمعنى أن الأشكال التي يبحثها هي تلك التي تكون قابلة للوجود الخارجي<sup>(٢٤)</sup>. ومن هنا تم قصر علم الهندسة على الخط المستقيم والدائرة والأشكال التي يمكن أن تشتق منها<sup>(٢٥)</sup>. أما فيما يتعلق بعلم الحساب، فإن تعريف ابن سينا العدد بأنه ما يتركب من وحدات سيقصر العمليات الحسابية من جمع وطرح وغيرها على الأعداد الصحيحة فقط، فلا تشمل تلك العمليات الأعداد الصمّاء.

لم يقبل المتكلمون تصور الفلاسفة لكل من المقدار والعدد، ذاهبين إلى عدم حاجة علم الهندسة إلى المقدار، وإلى عدم ضرورة مفهوم العدد لعلم الحساب. سابدأً أولاً بتناول نقد المتكلمين لفكرة المقدار، على أن أنتقل بعدها إلى معالجة موقفهم من مفهوم العدد.

٢٣- Klein, M. *Mathematical Thought*, Ibid, vol. 1, pp. 48-54.

٢٤- Kline, M; Ibid, vol. 1, pp. 51-52.

٢٥- Kline, M; Ibid, vol. 1, pp. 174-175.



أشرت في المقدمة إلى أن السبب في رفض المتكلمين لفكرة المقدار الهندسية هو بسبب تعارضها مع نظرية الجوهر الفرد التي يقول بها المتكلمون. من هنا سأبدأ بعرض نظرية الجوهر الفرد كما هي عند المتكلمين ثم أبين كيفية تعارضها مع فكرة المقدار الهندسية التي يقول بها الفلاسفة.

ونظرية الجوهر الفرد هي النظرية التي أخذ بها المتكلمون في تفسير الجسم الطبيعي. فبينما ذهب الفلاسفة، وكما رأينا في القسم الأول، إلى أن الجسم يتكون من هيولى ومادة، يرى المتكلمون أن الجسم الطبيعي يتركب من أجزاء صغيرة لا تنقسم تسمى بالجواهر الفردة، وباجتماع هذه الأجزاء يتكون الجسم الطبيعي. وهذه الجواهر الفردة التي يتركب منها الجسم هي منفصلة وغير متصلة وإن كان الجسم يبدو لظاهر الحس متصلاً<sup>(٢٦)</sup>. وإذا كان الجسم يتركب من أجزاء منفصلة فلن يكون هناك اتصال في الجسم هو عرض حال فيه، إذ الأجزاء التي يتركب منها الجسم لا يوجد بينها حد مشترك كما هو الحال في المقدار التي يقول به الفلاسفة<sup>(٢٧)</sup>. أما بالنسبة لحجة ابن سينا في الاستدلال على وجود المقدار والقائلة بأن الجسم تختلف أشكاله مع بقاء كمية مادته، مما يدل على أن هناك أمراً مغايراً للمادة هو المقدار، فإن المتكلمين يردون عليها بأن اختلاف أشكال الجسم إنما هو بسبب انتقال الأجزاء من سمت إلى آخر، بمعنى أن أجزاء الجسم تنتقل من جهة إلى أخرى، وتبدل أوضاعها مما ينتج عنه اختلاف أشكال الجسم، فلا يوجد حينئذ مقدار حال في الجسم هو مغاير له<sup>(٢٨)</sup>. وتعارض نظرية الجوهر الفرد مع فرضية المقدار، فإنها تتعارض كذلك مع تصور الفلاسفة لعلم الهندسة المؤسس على فرضية المقدار. ذلك أنه مع القول بتركب الجسم من أجزاء

٢٦- الحسن بن محمد بن متويه، التذكرة في أحكام الجواهر والأعراض، تحقيق: سامي نصر لطف، فيصل بدير عون، دار الثقافة للطباعة والنشر، القاهرة، ص ١٦٢-١٧٢، أبو بكر محمد بن الحسن ابن فورك، مجرد مقالات الشيخ أبي الحسن الأشعري، تحقيق: دانيال جياريه، دار المشرق، بيروت، ١٩٨٦م، ص ٢٠٢-٢١٥، إمام الحرمين عبد الملك بن عبد الله الجويني، الشامل في أصول الدين، وضع حواشيه عبد الله محمود محمد، دار الكتب العلمية، بيروت، ١٤٢٠هـ/١٩٩٩م، ص ٣٦-٥٠، أبو الحسن علي بن إسماعيل الأشعري، مقالات الإسلاميين، تحقيق: محمد محي الدين عبد الحميد، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، ١٣٩٦هـ/١٩٥٠م، ج ٢، ص ٤-١٢، وانظر لمزيد من التفصيل: منى أحمد أبو زيد، التصور الذري في الفكر الإسلامي، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، ١٤١٤هـ/١٩٩٤م، ص ١٠٥-١١٠.

٢٧- السيد الشريف الجرجاني، شرح المواقف في علم الكلام، دار الطباعة العامرة، إسطنبول، ١٣١١هـ، ص ٤٦.

٢٨- محمد بن محمد القطب الرازي، حاشية على شرح الإشارات والتنبيهات، دار نشر البلاغة، قم، ١٣٧٥هـ، ج ٢، ص ٣٥، الجرجاني، شرح المواقف في علم الكلام، ج ٢، ص ٤٨، شمس الدين بن محمود الأصفهاني، شرح مطالع الأنظار، المطبعة الخيرية، القاهرة، ١٣٢٣هـ، ص ٧٦-٧٨.

فردة منفصلة لا اتصال بينها، يصبح من غير الممكن الحصول لا على دائرة مستديرة تامة الاستدارة ولا على خط مستقيم تام الاستقامة، وقس على ذلك سائر الأشكال الهندسية المشتقة منها. والمتكلمون، في واقع الأمر، لا ينكرون وجود الدائرة أو سائر الأشكال الهندسية، إنما ينكرون كون هذه الأشكال متصلة تمام الاتصال، بحيث تكون الدائرة مثلاً تامة الاستدارة، ففي رأيهم أن ذلك من حكم الوهم لا أنها في الواقع كذلك (٢٩).

أما بالنسبة لمفهوم العدد، فإن إنكار المتكلمين له مرتبط برفضهم لنظرية المادة والصورة. فكما أنكروا المتكلمون نظرية المادة والصورة في الطبيعة، كذلك أنكروا المقابل الميتافيزيقي لها وهو فكرة الماهية العقلية. ذلك أن المتكلمين يرفضون فكرة الحدّ المنطقي الأرسطي القائم على مفهومي الجنس والفصل والتي تتحصل معها الحقيقة النوعية للشيء وذلك لاستناده على فكرة الماهية، وقالوا بأن التعريف يكون بما يميز الشيء (٣٠).

والحق أن موقف المتكلمين الراض لفكرة الماهية العقلية قد انسحب على موقفهم من المفهوم الفلسفي للعدد. فالمتكلمون ينكرون القول بالعدد، فلا يوجد، بحسبهم، في الخارج شيء اسمه العدد، بل ما يوجد في الخارج هو المعدودات الخارجية وحسب، وليس هناك جزء صوري يشكل ماهيتها هو زائد

---

٢٩- انظر في الجدل الدائر بين الفلاسفة والمتكلمين حول نظرية الجوهر الفرد وتعارضها مع علم الهندسة كما يتصوره الفلاسفة: ابن سينا، الشفاء، الطبيعيات، ١- السماع الطبيعي، مرجع سبق ذكره، ص ١٨٨-١٩٧، حيث بين ابن سينا أنه مع القول بالجوهر الفرد فإنه لا يمكن الحصول على الدائرة أو المثلث القائم الزاوية أو غيرهما من الأشكال الهندسية، فخر الدين محمد بن عمر الرازي، المطالب العالية من العلم الإلهي، تحقيق: أحمد حجازي السقا، دار الكتاب العربي، بيروت، ١٩٨٧م، ج ٦، ص ١٣١-١٣٨، ابن متويه، التذكرة في أحكام الجواهر والأعراض، ص ١٩٣-١٩٦، الجويني، الشامل في أصول الدين، ٤٩-٥٠، سعد الدين بن عمر التفتازاني، شرح المقاصد في علم الكلام، طباعة بالأوفست عن طبعة إسطنبول، مطبعة الحاج محرم أفندي البسنوي، ١٣٠٥هـ، ج ١، ص ٣٠١-٣٠٣، الجرجاني، شرح المواقف في علم الكلام، ج ٢، ٢٧١-٢٧٢، ص ٣٧١-٣٧٤، صدر الدين محمد بن إبراهيم الشيرازي، شرح الهداية الأثرية، ضبط وتصحيح محمد مصطفى فولادكار، دار إحياء التراث العربي، بيروت، ١٤٢٢هـ/٢٠٠١م، ص ٢٠-٢٤.

٣٠- انظر فيما يتعلق بموقف المتكلمين من الحدّ الأرسطي وفكرة الماهية، أحمد بن عبدالحليم بن تيمية، الرد على المنطقيين، تقديم وضبط وتعليق: رفيق العجم، دار الفكر اللبناني، بيروت، ١٩٩٣م، ج ١، ص ٣٥-١٠٢، بدر الدين محمد بن بهادر الزركشي، البحر المحيط في أصول الفقه، تحرير: عمر سليمان الأشقر، ج ١، ص ٩١-١٠٦، وانظر: علي سامي النشار، مناهج البحث عند مفكري الإسلام، دار المعارف، القاهرة، ١٩٧٦م، ص ٩٨-١٠١.

عليها. ومن هنا فهم يرون أن مفهوم العدد هو مفهوم اعتباري يختلف باختلاف المعتبر، بمعنى أنه ليس مفهوما ثابتا لشيء معين هو ما يتركب من الوحدات (٣١).

تجدر الإشارة إلى أن رأي المتكلمين أن الأشكال الهندسية تتركب من الجواهر الفردة، وأن لا وجود للمقدار الذي يقول به الفلاسفة، يؤدي في المحصلة النهائية، إلى أن لا يوجد فرق بين موضوع علم الهندسة وموضوع علم العدد من حيث أن موضوع كل منهما سيكون هو الكم المنفصل. والحق أن هذا ما يلاحظه ابن رشد، ففي معرض انتقاده لأخذ المتكلمين بنظرية الجوهر الفرد يرى ابن رشد أن أخذ المتكلمين بهذه النظرية في تفسير الكموم والأعظام الهندسية سيؤدي إلى عدم وجود فرق بين موضوع علم الهندسة وموضوع علم العدد من حيث أن الموضوع في كلتا الحالتين سيكون الجوهر الفرد، وفي هذا يقول: "وعلى هذا القول فتكون الأشياء كلها أعدادا، ولا يكون هناك عظم متصل أصلا، فتكون صناعة الهندسة هي صناعة العدد بعينها" (٣٢). وإذا كان القول بالجوهر الفرد سيؤدي إلى أن تكون صناعة الهندسة تعود إلى صناعة العدد، كما هي ملاحظة ابن رشد، فإن مؤدى ذلك هو إسقاط التمييز بين علم الهندسة وعلم العدد والذي كان في صلب التصور الفلسفي لعلم الرياضيات. والحق أن هذا الأمر هو الذي ستعمل الرياضيات في الإسلام على تجاوزه كما سنراه في القسم التالي.

مرّ بنا كيف أن التمييز بين علم الهندسة وعلم الحساب كان بسبب عدم قدرة الرياضيات الإغريقية على التعامل مع الأعداد الصم. فكان أن تمّ التمييز بين الكم المنفصل وجعله موضوعا لعلم الهندسة، والكم المنفصل وجعله موضوعا لعلم الحساب. والحق أن هذا نظر إليه على أنه أحد وجوه القصور في الرياضيات الإغريقية (٣٣). غير أن نقد المتكلمين لفكرة المقدار الهندسية، وتفضيلهم للتعامل مع الأشكال الهندسية على أنها تتكون من أجزاء منفصلة هي الجواهر الفردة، لكونها، في رأيهم، هي الشيء الوحيد الموجود في الخارج سيؤدي، كما هي ملاحظة ابن رشد، إلى سقوط التمييز بين علمي الهندسة والحساب. والحق أن هذا ما تكشفه نشأة علم الجبر لدى الخوارزمي، والتطورات التي لحقت بعد ذلك على

٣١- الجرجاني، شرح المواقف في علم الكلام، ج ١، ص ٤٣-٤٦، التفتازاني، شرح المقاصد في علم الكلام، ج ١، ص ١٨٥-١٨٦.

٣٢- محمد بن أحمد بن رشد، الكشف عن مناهج الأدلة في عقائد الملة، تقديم وشرح: محمد عابد الجابري، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ١٩٨٨، ص ١٠٦.

٣٣- انظر Kline, M. Ibid., vol. 1, p173 والذي يلاحظ أن عدم تمكن الإغريق من التعامل مع الأعداد الصماء شكل عائقا أمام تطورها.

يد الرياضيين المسلمين. فكما يلاحظ أحد الدارسين لعلم الرياضيات في الإسلام من أن علم الجبر لدى الخوارزمي: "كان نقلة ثورية بعيدا عن المفهوم الإغريقي للرياضيات والذي كان في جوهره هندسيا. فعلم الجبر كان نظرية شاملة جعلت من الممكن التعامل مع الأعداد المنطقية، الأعداد الصم، المقادير الهندسية إلخ. على أنها جميعا أشياء جبرية"<sup>(٣٤)</sup>. وبعبارة أخرى، فإنه وبواسطة علم الجبر سيصبح من الممكن التعامل مع كل من الأعداد والأشكال الهندسية ضمن علم واحد بعد أن كان يتم التعامل معها بواسطة علمين متغايرين. فيما يلي سأقدم بعض الأمثلة من علم الجبر والتي تشير إلى قيام الرياضيات في الإسلام بتجاوز ذلك الفصل بين علم الهندسة وعلم الحساب.

وبداية يقرر رشدي راشد من أن جذور علم الجبر وإن كانت تعود إلى كل من رياضيات بابل، وأصول أقليدس، وحساب ديوفنتس، إلا أن ما يميز ما جاء به الخوارزمي ومما لم يكن إطلاقا في تصور من سبقه هو قيامه "بإنشاء نظرية معادلات قابلة للحل بواسطة الجذور يمكن أن تعود إليها مسائل علمي الهندسة والحساب على حدّ سواء"<sup>(٣٥)</sup>. وبهذا فإن علم الجبر يكون متجاوزا للرياضيات الإغريقية القديمة في فصلها الحاد بين علم الهندسة والحساب، وذلك بالجمع بينهما ضمن علم واحد هو علم الجبر<sup>(٣٦)</sup>. ففي كتابه الجبر والمقابلة نلاحظ أن الخوارزمي يقوم بتطوير مفاهيم ثلاثة أساسية لهذا العلم هي: العدد البسيط مثل ١، ١٣، ١٠١، والجذر وهو المجهول س والذي يتعين تحديده، وأخيراً المال وهو مربع الجذر<sup>(٣٧)</sup>. من بين هذه المفاهيم الثلاثة ما يهمننا هنا هو مفهوم المجهول، ذلك أنه بفضل هذا المفهوم استطاع علم الجبر لدى الخوارزمي أن يحقق ذلك الجمع بين الهندسة والحساب. فعلى الرغم من أن جبر الخوارزمي لم يعرف الترميز إلا أن "مفهوم 'الشيء' أي المجهول لا تشير عند الخوارزمي إلى كائن محدد

٣٤- O'Connor, J. J; & Roberston, E. F; "Arabic mathematics: forgotten brilliance?", in *MacTutor*

*History of Mathematics archive*, University of St. Andrews, [http://www-history.mcs.st-Andrews.ac.uk/HistTopics/Arabics\\_mathematics.html](http://www-history.mcs.st-Andrews.ac.uk/HistTopics/Arabics_mathematics.html)

٣٥- رشدي راشد، الجبر ضمن موسوعة تاريخ العلوم العربية، إشراف: رشدي راشد، ج ٢، ص ٤٦٣-٤٨٩، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ١٩٩٧م، ص ٤٦٤.

٣٦- Berggren, J. L., *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, New York, Springer, 2000, P. 102.

٣٧- محمد بن موسى الخوارزمي، الجبر والمقابلة، تقديم وتعليق: علي مصطفى مشرفة، محمد مرسي أحمد، دار الكتاب

العربي، القاهرة، ١٩٨٦م، ص ١٦-١٧، وانظر أيضاً: Berggren, J. L., *Ibid*, p. 103.

خاص، إنها إلى كائن مجرد يمكن أن يكون رقمياً أو هندسياً دون أي فارق" (٣٨).

وبهذا المعنى فإن أهمية جبر الخوارزمي تكمن في أنه مهد الطريق لمن جاء من بعده من الرياضيين المسلمين في العمل على تجاوز ذلك التمييز في الرياضيات بين الهندسة كعلم للكَم المتصل والحساب كعلم للكَم المنفصل. والحق أن هذا ما نجده على سبيل المثال لدى الماهاني، ففي شرحه للمقالة العاشرة من كتاب الأصول لأقليدس، يذكر الأستاذ جالينا أن الماهاني يقدم تعريفاً للمقادير الصماء والمقادير المنطقية يختلف عن ذلك الذي يقدمه أقليدس. فالماهاني يتعامل مع هذه المقادير على أنها جميعاً أعداد صماء. وفي حين يعتبر أقليدس أن المقادير هي الخطوط فقط، ينظر الماهاني إلى كل من الأعداد الصحيحة والأعداد العشرية على أنها مقادير صحيحة، في حين أن الجذر والجزء التكعيبي ينظر إليها على أنها أعداد صماء. كما قام الماهاني بمعالجة مفهوم الصممة معالجة حسابية (٣٩).

وأخيراً فإن محاولة تجاوز الرياضيات الإغريقية في تمييزها بين المقدار والعدد تظهر لنا أيضاً في

٣٨- رشدي راشد، الجبر، ص ٤٦٦، يمكن القول بأن نقد المتكلمين لرأي الفلاسفة بضرورة وجود المقدار لعلم الهندسة، ومفهوم العدد لعلم الحساب كان له دور في تبني علم الجبر للرمزية، وذلك لكونه يقوم بتحرير الرياضيات من الارتباط بالوجود الخارجي والذي كان إحدى سمات التصور الفلسفي لعلم الرياضيات والذي ورثه فلاسفة الإسلام من فلاسفة الإغريق. فكما يلاحظ البروفيسور ماهوني من أن ما يميز الرياضيات الإغريقية هو النمط الهندسي من التفكير، في حين أن ما يميز الرياضيات الحديثة هو النمط الجبري من التفكير. وهو يجد خصائص ثلاث للتفكير الجبري وهي (١) الرمزية (٢) التعامل مع العلاقات بدلا من التعامل مع الأشياء (٣) تحرر هذا النمط من التفكير من الارتباط بالوجود الخارجي، فمفاهيم كالبعد والعدد تدرك كمعاني رياضية لا علاقة لها بتفسيرها الفيزيائي. وهذه الخصائص تتعارض وبشكل تام مع التفكير الرياضي الإغريقي، فهذا الأخير يفتقد إلى الرمزية، كما أنه معني بالدرجة الأولى باكتشاف خصائص الأشياء سواء أكانت أشكالاً هندسية أم أعداداً، وأخيراً فإن هذا النمط من التفكير حدسي، بمعنى أنه يدرك الأشياء من حيث ارتباطها بالوجود الخارجي، ومن هنا مفهوم العدد على أنه مجموع الوحدات. انظر: Mahoney, M. S; 'The Beginnings of Algebraic Thought in the Seventeenth Century', pp.142-143, in Gaukroger, S. ed. Descartes: Philosophy, Mathematics and Physics, Sussex, The Harvester Press, 1980, pp. 141-155.

٣٩- انظر: Galina, M. "The Theory of Quadratics Irrationals in Mediaeval Orient Mathematics", *Annals of the New York Academy of Science*, 500: 253-277 p. 259. في هذه المقالة، والتي يتناول فيها جالينا لعدد من أعمال الرياضيين المسلمين في شروحهم للمقالة العاشرة لأقليدس، يلاحظ المؤلف أن الرياضيات في الإسلام قامت بدمج مفهومي العدد والمقدار ضمن فكرة أكثر شمولاً هي العدد الحقيقي متجاوزة بذلك التمييز الذي تقيمه الرياضيات الإغريقية بين الهندسة كعلم للكَم المتصل والحساب كعلم للكَم المنفصل. انظر: المرجع السابق، ص ٢٥٤.

مشروع الخيام الجبري. فالخيام، وبحسب رشدي راشد، أراد أن يقوم ببناء نظرية هندسية للمعادلات الجبرية هي الأولى من نوعها. ومن هنا قام بتطوير مفهوم الوحدة القياسية والذي سمح له بتطبيق الهندسة على الجبر. وما جعل ذلك ممكناً بالنسبة للخيام هو قيامه بمزج مفهوم الوحدة القياسية بمفهوم العظم<sup>(٤٠)</sup>. وهو ينقل عن الخيام قوله في مقاله في الجبر والمقابلة: "وكلمنا قلنا عدد يساوي سطحاً في هذه الرسالة فإننا نعني بالعدد هناك سطحاً قائم الزوايا أحد ضلعيه...". كما أنه وفي موضع آخر منها يقول: "وكلمنا قلنا عدد يساوي مجسماً فإننا نعني بالعدد هناك مجسماً متوازي الأضلاع قائم الزوايا..."<sup>(٤١)</sup>. هنا نلاحظ أن الخيام يستخدم مفهوم العدد ليشمل المقادير الهندسية وذلك خلافاً للتصور الفلسفي والذي يقيم فصلاً حاداً بين كل من علم الهندسة وعلم الحساب.

هذه الأمثلة وغيرها توضح لنا كيف أن الرياضيات في الإسلام لم تعد تدعن للمفهوم الإغريقي للرياضيات فيما يتعلق بالتمييز بين موضوع علم الهندسة وعلم الحساب. أظهر لنا هذا البحث كيف أن تطور الرياضيات في الإسلام لم يكن بعيداً عن النقاش الفلسفي الدائر بين الفلاسفة والمتكلمين حول بعض المفاهيم النظرية لعلم الرياضيات. فنقد المتكلمين لربط الفلاسفة علم الهندسة بالمقدار، وعلم الحساب بالعدد قد انعكس على علماء الرياضيات المسلمين فكان أن قاموا بتجاوز ذلك التمييز الحاد بين علم الهندسة كعلم يتعلق بالكم المتصل، وعلم الحساب كعلم يتعلق بالكم المنفصل وذلك من خلال علم الجبر.

\*\*\*\*\*

---

٤٠- رشدي راشد، بيجان وهاب زاده، رياضيات عمر الخيام، ترجمة: نقولا فارس، مركز دراسات الوحدة العربية،

بيروت، ٢٠٠٥م، ٤٠-٤١.

٤١- المرجع السابق ص ٤٠-٤١، وانظر: النص في مقالة الخيام في الجبر والمقابلة، ص ١٧٨-١٧٩ ضمن المرجع نفسه.