

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

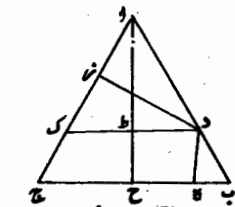
وبہ التوفیق

پیشرو مہندسین نے متساوی الاضلاع مثلثوں کے خواص پر غور کیا تو انہیں معلوم ہوا کہ اگر متساوی الاضلاع مثلث کے کسی ضلع کے کسی نقطہ سے دوسرے دونوں اضلاع پر عمود کھینچے جائیں تو ان دونوں عمودوں کا مجموعہ مثلث کے عمود کے برابر ہوگا۔ چنانچہ انہوں نے یہ نتیجہ اخذ کر کے اسے اپنی کتابوں میں درج کر لیا۔ پھر انہوں نے دیگر مثلثات کے عمودوں کا مطالعہ کیا اور ان کے عمودوں میں انہیں کوئی کامل نظام یا ترتیب نظر نہ آئی لہذا انہوں نے اس کے متعلق کچھ نہیں لکھا۔

اس صورت حال نے ہمیں [عام] مثلثوں کے خواص پر غور کرنے کی دعوت دی، تو ہمیں (غور کرنے سے) محسوس ہوا کہ مثلث متساوی الساقین نیز مثلث مختلف الاضلاع کے عمودوں کا بھی ایک خاص نظام اور ان عمودوں کے درمیان ایک خاص تناسب پایا جاتا ہے۔ جب ہمیں اس بات کا ايقان ہو گیا تو ہم اس موضوع پر یہ مقالہ پیش کر رہے ہیں۔ مقدمہ میں نے جو مثلث متساوی الاضلاع کے عمودوں کے خواص کے متعلق کہا ہے، ہم اس کا سب سے پہلے ذکر کریں گے، پھر دیگر مثلثات کے عمودوں کے وہ خواص بیان کریں گے جو ہم نے استنباط کئے ہیں تاکہ اس مقالے میں ہر قسم کی مثلثات کے عمودوں کے خواص یکجا ہو جائیں۔ ۛ

مقدمہ میں نے صرف یہ کہا ہے کہ کسی متساوی الاضلاع مثلث کے کسی ضلع پر اگر ایک نقطہ لے لیا جائے اور اس نقطہ سے باقی دونوں اضلاع پر عمود کھینچے جائیں تو ان (دونوں عمودوں) کا مجموعہ مثلث کے عمود کے برابر ہوگا۔

اس کی مثال یہ ہے کہ۔ ۛ ب ج۔ ایک متساوی الاضلاع مثلث ہے جس کے ضلع۔ ۛ ب۔ پر نقطہ د فرض کیا گیا ہے۔ اس نقطہ سے دو عمود د ۛ اور د ۛ نکالے گئے ہیں۔ ایک عمود ۛ ح کھینچا گیا ہے۔ عمودین د ۛ اور د ۛ کا مجموعہ ۛ ح کے برابر ہے۔



{ شکل ۛ }۔ ۛ

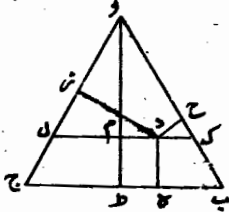
اس کا ثبوت یہ ہے کہ نقطہ د سے ہم ضلع ب ج کے متوازی ایک خط د ط ک نکالتے ہیں۔ اب چونکہ

مثلث ۛ د ک مثلث ۛ ب ج کے متشابه ہے اس لئے مثلث ۛ د ک ایک متساوی الاضلاع مثلث ہے۔

لہذا عمود ذرا عمود Δ ط کے برابر ہے، اور عمود Δ ، عمود ط ج کے برابر ہے۔ لہذا ہر دو عمود ذرا اور Δ مل کر عمود Δ ج کے برابر ہیں۔ (وذلك هو الساد)

علاوہ ازیں مقدمین نے یہ کہا ہے کہ کسی مثلث متساوی الاضلاع میں اگر ایک نقطہ فرض کر لیں اور اس نقطہ سے مثلث کے تینوں ضلعوں پر عمود گرائے جائیں تو ان تینوں عمودوں کا مجموعہ مثلث کے عمود کے برابر ہوگا۔

اس کی مثال یہ ہے کہ Δ ج ایک متساوی الاضلاع مثلث ہے جس میں ایک نقطہ Δ فرض کر لیا گیا ہے اس نقطہ سے Δ - ذرا اور Δ ج عمود (اضلاع پر) کھینچے گئے ہیں۔ اور ایک عمود Δ ط کھینچا گیا ہے۔ چنانچہ تینوں عمود Δ - ذرا اور Δ ج مل کر عمود Δ ط کے برابر ہیں۔



{ شکل ب }

اس کا ثبوت یہ ہے کہ نقطہ Δ سے ضلع Δ ج کے متوازی ایک خط Δ ل کھینچتے ہیں (چونکہ مثلث Δ ل مثلث Δ ج کے متشابه ہے لہذا) مثلث Δ ل ایک متساوی الاضلاع مثلث ہے۔ لہذا عمودین Δ اور Δ ج کا مجموعہ عمود Δ کے برابر ہے۔ (جیسا کہ پہلے آچکا ہے)۔ اب عمود Δ برابر ہے Δ ط کے۔

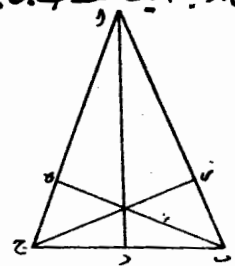
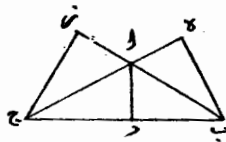
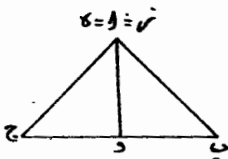
لہذا تینوں عمود Δ ، ذرا اور Δ ج کا مجموعہ عمود Δ ط کے برابر ہے۔

یہاں تک تو وہ ہے جو مقدمین نے اس سلسلہ میں ذکر کیا ہے، اب ہم اپنا وہ استنباط بیان کرتے ہیں جو ہم نے اس پر اضافہ کیا ہے۔

(۱)

کسی بھی مثلث میں ان عمودوں کی جو کسی ضلع پر اس ضلع کے مقابل زاویے سے کھینچے جائیں ایک دوسرے سے نسبت اس نسبت کی متکافیه (reciprocal) ہوتی ہے جو کہ ان کے متعلقہ اضلاع میں ہوتی ہے۔ مثال: Δ ج ایک مثلث ہے جس میں عمود Δ ، Δ اور Δ ج نہ نکالے گئے ہیں۔

{ شکل - ج کی تین صورتیں }



دعویٰ: عمود AD کی نسبت عمود BE سے وہی ہے جو کہ AC کو BC سے ہے، اور عمود AD کی نسبت عمود BE سے وہی ہے جو کہ AB کو BC سے ہے۔

ثبوت (مثلثات ABC اور ABE میں) زاویہ $D = [AC]$ اور زاویہ $E = [BAC]$ میں سے ہر ایک زاویہ قائمہ ہے اور زاویہ D مشترک ہے۔

لہذا مثلث ABC و مثلث ABE کے متشابه ہیں۔

لہذا AC کی نسبت BC سے وہی ہے جیسی کہ AD کو BE سے ہے۔ اسی طرح

AB کو BC سے وہی نسبت ہے جو کہ AD کو BE سے ہے۔

(اگر مثلث ABC زاویہ B پر تو متینوں عمود مثلث کے اندر گرے گی جیسا کہ پہلی صورت میں ہے۔

اگر مثلث منفرج الزاویہ ہو تو ایک عمود مثلث کے اندر اور باقی عمودین مثلث کے باہر ہوں گے،

جیسا کہ دوسری صورت میں ہے۔ اگر مثلث قائم الزاویہ ہو تو حادہ زاویوں سے گزرنے والے دونوں

عمود مثلث کے وہی دو ضلع ہوں گے جو کہ زاویہ قائمہ کے باندہ ہیں اور عمودی نقطے D اور E

نقطہ B پر ہوں گے، جیسا کہ تیسری صورت میں ہے۔)

اس مسئلہ کے ثبوت میں ایک اور دلیل بھی ہو سکتی ہے۔ وہ یہ کہ مثلث کے کسی ایک ضلع کی ضرب اسی

ضلع پر (متقابل زاویے کے AS سے) گزرنے والے عمود سے مثلث کے رقبہ کے دوگنا کے برابر ہے۔

لہذا کسی ایک ضلع کی نسبت دوسرے ضلع کے ساتھ وہی ہے جو دوسرے ضلع کے عمود کی نسبت پہلے

ضلع کے عمود کے ساتھ ہے۔

[یعنی کسی ایک ضلع کی نسبت دوسرے ضلع کے ساتھ۔ متکافئہ۔ پہلے ضلع کے عمود کی نسبت دوسرے

ضلع کے عمود کے ساتھ]

(۲)

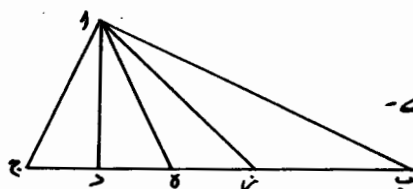
کسی بھی مختلف الاضلاع قائم الزاویہ مثلث جس کے قائمہ زاویے سے اس کے وتر (HYPOTENUSE)

پر عمود نکالا گیا ہو، پھر وتر (HYPOTENUSE) کے بڑے حصہ سے چھوٹے حصہ کے برابر الگ کر دیا گیا ہو، اور

اس کے آخری نقطہ کو ایک خط مستقیم سے زاویہ قائمہ سے ملا دیا گیا ہو (اس طرح کہ وتر (HYPOTENUSE)

کا چھوٹا حصہ اور بڑے حصہ سے اس کے برابر نکالا، پھر حصہ اس طرح ایک ساتھ ہوں کہ دونوں مل کر ایک ایسا

خطِ مستقیم ہوں جو چھوٹے حصہ کا دو گنا ہو پھر زاویہ قائمہ سے جو حصہ بچ رہا تھا [زاویہ کا وہ حصہ چھوڑ کر جو چھوٹے حصہ کے دو گنے خط کا احاطہ کئے ہوئے ہے] اس کی تنصیف ایک دوسری خطِ مستقیم سے کی گئی ہو، تو وتر (HYPOTENUSE) کا وہ حصہ جو پہلے اور دوسرے خطوطِ مستقیم کے درمیان ہے وتر (HYPOTENUSE) کے عمود کے برابر ہے۔



مثال: ا ب ج۔ ایک مختلف الاضلاع قائم الزاویہ مثلث ہے۔

زاویہ ا [ب ا ج] قائمہ ہے۔ د د۔ ب ج [جو مثلث کا وتر (HYPOTENUSE) ہے] پر عمود ہے۔ [فرض کیا گیا ہے کہ د ب بڑا ہے ج د سے]۔ ب د سے ج د کے برابر دہ نکالا گیا ہے۔ نقطہ ہ کو نقطہ و سے ملایا گیا ہے۔ اور زاویہ قائمہ میں سے زاویہ ج د ہ کو الگ کر کے باقی ماندہ زاویہ، زاویہ ب د ہ کی تنصیف خط و نر سے کی گئی ہے۔

دعوٰی یہ ہے کہ خط د نر خط و د کے برابر ہے۔

ثبوت: زاویہ ہ ا د برابر ہے زاویہ د ر ج کے۔

پس، زاویہ ہ ا د زاویہ ہ ا ج کا نصف ہے۔

اور، زاویہ ہ ا نر زاویہ ہ ا ب کا نصف ہے۔

پس، زاویہ نر ا د زاویہ ب ا ج کا نصف ہے۔

اور، زاویہ ب ا ج قائمہ ہے۔

لہذا، زاویہ نر ا د نصف قائمہ ہے [یعنی ۴۵ ڈگری ہے]

[ا ب مثلث و نر د میں] زاویہ ا د نر قائمہ ہے۔

پس، زاویہ و نر د نصف قائمہ ہے۔

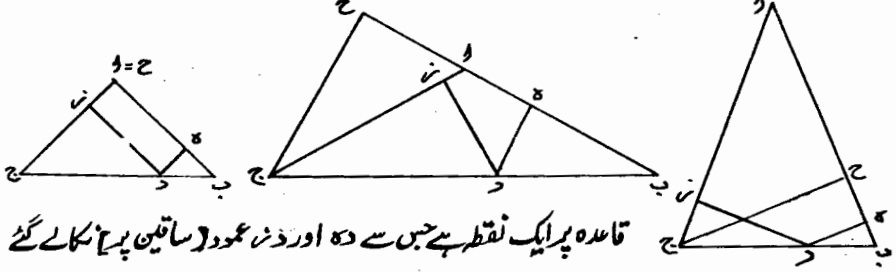
لہذا، خط نر د برابر ہے خط و د کے۔ (وذلت ما اردنا بیانہ)

(۳)

مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ کے کسی نقطہ سے ساقین پر عمود گرائے گئے ہوں تو ان دونوں

عمودوں کا مجموعہ اُس (خارجی) عمود کے برابر ہوگا جو قاعدہ کے کسی زاویہ [کے راس] سے متقابل ضلع پر نکالا گیا ہو، خواہ مثلث کا وہ زاویہ ہو کہ ساقین کے درمیان ہے [یعنی زاویہ معکوس] حادہ ہو یا منفرجہ یا قائمہ ۱۲

مثال: مثلث اب ج۔ مثلث مساوی الساقین ہے۔ ضلع اب اور ا ج برابر ہیں۔ ب ج قاعدہ ہے۔ د



قاعدہ پر ایک نقطہ ہے جس سے دہ اور دز عمود (ساقین پر) نکالے گئے ہیں۔ (ج ج قاعدے کے زاویہ کے راس سے متقابل ساق پر عمود نکالا گیا ہے)۔

دعویٰ یہ ہے کہ عمودین دہ اور دز کا مجموعہ عمود ج ج کے برابر ہے۔

ثبوت: (مثلثات ب ہ د اور دز ج میں) [زاویہ ب (د ب ہ) برابر ہے زاویہ ج (د ج ز) کے، اور، زاویے ہ (د ہ ب) اور ز (د ز ج) برابر ہیں ایک دوسرے کے کیونکہ دونوں قائمے ہیں۔

لہذا مثلث ب ہ د، مثلث دز ج کے متشابه ہے۔

پس، ج د کو ب د سے وہی نسبت ہے جو کہ د کو ہ د سے ہے۔

چونکہ اگر ا کو ب سے وہی ہی نسبت ہے جیسی کہ ج کو د سے ہے تو (ج + د) کو (ا + ب) سے وہی ہی نسبت ہوگی جیسی کہ د کو ب سے اور ج کو ا سے، لہذا (ز + د) کو (ہ + د) سے وہی ہی نسبت ہے جیسی کہ ہ د کو ب د سے ہے۔ اب چونکہ ج د + ہ د برابر ہے ج ب کے

لہذا (ز + د) کو ج ب سے وہی نسبت ہے جو کہ ہ د کو ب د سے ہے۔

(اب چونکہ اگر ا کو ب سے وہی نسبت ہے جو کہ ج کو د سے ہے تو ا کو ج سے وہی نسبت ہوگی جو کہ ب کو د سے ہے لہذا، (ز + د) کو ہ د سے وہی نسبت ہے جو کہ ج ب کو ب د سے ہے۔

پس، ز د اور دہ کے مجموعہ کی نسبت دہ سے وہی ہے جو کہ ج ب کو ب د سے ہے۔

(مثلثات ب ج ج اور ب دہ میں زاویہ ب ج ج برابر ہے زاویہ ب ہ د کے، کیونکہ دونوں قائمے

ہیں، اور زاویہ ج ب ج برابر ہے زاویہ ہ ب د کے، لہذا]

ج ب کی نسبت ب د سے وہی ہے جو کہ ج ج کو دہ سے ہے۔

لہذا، (نزد + دہ) کی نسبت دہ سے وہی ہے جو کہ ج ۲ کو دہ سے ہے۔

پس، نزد اور دہ کا مجموعہ برابر ہے ج ۲ کے ^{۱۳}۔

(یہ ثبوت ثلث [متساوی الساقین] کے بارے میں ایک عام اصول [واضح کرتا] ہے۔ وہو المراد)

(مسل)

حواشی و حوالہ جات

۱۔ ابن البیثم کی کنیت تو یقیناً ابو علی تھی لیکن ان کے اور ان کے والد کے ناموں کے متعلق یقین سے کچھ

کہا نہیں جاسکتا۔ دیکھئے خیر الدین الزرکلی، الاعلام، جلد ششم، ص ۱۵-۲۱۴، طبع ثانی۔

جمال الدین ابوالحسن علی بن یوسف القفطی (۵۶۸/م ۱۱۷۲-۶۲۶/م ۱۱۲۸) نے الحسن بن

الحسن بن البیثم لکھا ہے (دیکھئے تاریخ الحکماء، ص ۸-۱۶۵، لیبک، ۱۳۲۰/م ۱۹۵۳) جبکہ

ابن ابی اصیبعہ (۶۰۰/م ۶۱۲-۶۸۰/م ۶۱۲) نے (دیکھئے عیون الانباء فی طبقات الاطباء، جلد سوم

ص ۶۲-۱۴۹، بیروت، ۱۳۷۷/م ۱۹۵۷) محمد بن الحسن بن البیثم لکھا ہے، اور دونوں کو ہی یہ دعویٰ

ہے کہ ان کے پاس ابن البیثم کی کتاب موجود ہے بلکہ ابن ابی اصیبعہ تو یہ کہتے ہیں کہ ان کے پاس ابن البیثم کا

رسالہ کتاب فی تقویم الصنائع الطبیعیہ ہے جس پر خود ابن البیثم کی تحریر میں ایک عبارت ہے (جسے

اذل الذکر نے لفظ بہ لفظ نقل بھی کیا ہے)

چونکہ نہ تو میں تمام حوالہ جات کو دیکھ پایا ہوں اور نہ ہی ان مصنفین حضرات پر تنقیدی نظر ڈال سکی ہوں

کر سکتا ہوں، لہذا میں نے اس بارے میں جارج سارٹن (دیکھئے: INTRODUCTION TO THE

HISTORY OF SCIENCE، جلد اول، ص ۷۱) کا اتباع کرنا بہتر خیال کیا ہے۔

۲۔ ابن ابی اصیبعہ کہتے ہیں کہ ابن البیثم نے کتاب فی تقویم ۴۱۷ھ میں تصنیف کی تھی جبکہ ان

کی عمر ۶۳ (قرری) سال تھی۔ اس طرح ان کی پیدائش کا سال ۳۵۳ھ یا ۳۵۴ھ قرار پاتا ہے۔ (حوالہ اوپر

دیا جا چکا ہے)۔ جارج سارٹن نے ۹۶۵ء کو سال پیدائش بتایا ہے (لیکن یہ نہیں بتایا ہے کہ اس کے لئے

ان کا ماخذ کیا ہے۔ میرا خیال ہے کہ انھوں نے ابن ابی اصیبعہ کے دیئے ہوئے سنہ ہجری سے حساب کے

ذریعہ میسوی سنہ حاصل کیا ہے)۔

۳۔ دیکھئے القفطی، ابن ابی اصیبعہ (سابقہ حوالہ جات)۔ عیسوی سنہ دیئے ہوئے ہجری سنہ سے حاصل کیا گیا ہے۔

۴۔ ابن ابی اصیبعہ نے تقریباً ۲۰۰ تصانیف کی فہرست دی ہے۔ القفطی نے ۶۹ کتابوں پر رسالوں کے نام درج کئے ہیں۔

۵۔ یہ نام نہ تو القفطی کی فہرست میں ہے نہ ابن ابی اصیبعہ کی۔

القفطی نے ایک رسالے "اعمدۃ المثلثات" کا ذکر کیا ہے اور یہ نام ابن ابی اصیبعہ کی فہرست میں بھی پایا جاتا ہے۔ اس سے یہ بات وثوق سے کہی جاسکتی ہے کہ ابن الہیثم نے ایک رسالہ مثلثوں کے عمود کے متعلق یقیناً لکھا تھا۔

یہ امر کہ زیر بحث رسالہ وہی رسالہ ہے جس کا القفطی وغیرہ نے ذکر کیا ہے اس سے ثابت ہوتا ہے کہ اولاً یہ رسالہ مثلثوں کے عمودوں سے ہی بحث کرتا ہے اور ثانیاً اس رسالے کے آخر میں یہ جملہ پایا جاتا ہے "تمت المقالة فی اعمدة المثلثات"

یہ سوال کہ اصلی نام کون سا ہے اور نام میں تبدیلی کیوں کر واقع ہوئی، تو اس کے متعلق فی الحال یقین کے ساتھ کچھ نہیں کہا جاسکتا۔ یہاں اس کا ذکر لُجسپی سے خالی نہ ہو گا کہ اس رسالہ کا جوار دو ترجمہ ہوا ہے اس کا نام "رسالہ خواص مثلث" رکھا گیا ہے! (دیکھئے: مقالات ابن الہیثم، مطبوعہ ہمدرد نیشنل فاؤنڈیشن، کراچی، ۱۳۸۹ھ/۱۹۶۹ء، "رسالہ خواص مثلث" ص ۱۰۲-۹۳)۔

۶۔ برائے سنہ ہجری دیکھئے: رسالہ فی خواص المثلث من جہۃ العمود۔ حیدر آباد، ۱۳۶۶ھ/۱۹۴۸ء، ص ۱۶۱۔ عیسوی سنہ دیئے ہوئے ہجری سنہ سے بذریعہ حساب حاصل کیا گیا ہے۔

۷۔ اگر کسی ایسی بات کو جسے سیاق و سباق کی طلب کے لحاظ سے موجود ہونا چاہیے لیکن وہ رسالہ فی خواص المثلث من جہۃ العمود (آئندہ اسے صرف "رسالہ" کہا جائیگا) کے مطبوعہ متن میں نہیں پائی جاتی، اس ترجمہ میں ایسی توسین [] میں دیا گیا ہے۔

اگر رسالہ میں کوئی لفظ واضح طور پر غلط دیا ہوا ہے اور اس کی تصحیح ممکن ہے، تو تصحیح شدہ لفظ ایسی { } توسین میں دیا گیا ہے۔

رسالہ میں کسی قسم کی بھی توسین استعمال نہیں ہوئی ہیں اور شاید ابن الہیثم کے زمانے میں اس کا

رواج بھی نہ تھا۔ تاہم اس رسالے میں اکثر ایسی باتیں ہیں جنہیں ہمارے دور کے اندازِ تحریک کے مطابق قوسوں کے درمیان ہونا چاہیے۔ چنانچہ اس ترجمے میں ایسی باتیں ایسی (د) قوسوں میں دی گئی ہیں۔ اگر رسالہ میں دی ہوئی کسی چیز کو اس ترجمے میں حذف کر دیا گیا ہے تو اس کی نشاندہی کے لئے ایسی { } قوسوں میں نقاط استعمال کئے گئے ہیں: {.....}۔

۸۔ رسالہ میں پیراگراف تو دیئے گئے ہیں اور عموماً صحیح جگہوں پر دیئے گئے ہیں لیکن نہ تو ریاضیات کی عام تحریکوں کے مطابق سطروں کا خیال کیا گیا ہے اور نہ ہی ایک مسئلہ اثباتی کے خاتمے اور دوسرے کے شروع ہونے کا کوئی نشان دیا گیا ہے۔ (مگر جب کئی مسائل اثباتی کے خاتمہ پر ڈیٹا ڈھلاؤ ہو المارڈ وغیرہ کی تکرار سے یہ ضرورت پوری ہو جاتی ہے)۔

اس ترجمہ میں مقالے کے حصص کی تفریق ایسے نشانات ————— سے کی گئی ہے۔ مقالہ کو یہاں گیارہ حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے: ایک ابتدائیہ (INTRODUCTION)، ایک وہ حصہ جس میں متقدمین کے دو مسائل اثباتی دیئے گئے ہیں، اور نو حصص وہ جن میں ابن البیہیم کے اپنے نو مسائل اثباتی علیحدہ علیحدہ دیئے گئے ہیں۔

پیراگراف کے سلسلے میں عموماً رسالہ کا اتباع کیا گیا ہے۔

سطریں عموماً موجودہ دور کی ریاضیاتی طرزِ انشا کے مطابق دی گئی ہیں۔

۹۸۔ جیومیٹری میں صحیح معنوں میں اشکال (FIGURES) کی ضرورت نہیں ہوتی۔ شکلیں تو اس لئے استعمال کی جاتی ہیں کہ مسائل کو سمجھنے اور سمجھانے میں آسانی ہو۔ لیکن اس رسالے میں اشکال سمجھانے میں مدد دینے کے بجائے معاملہ کو اور الجھا دیتی ہیں۔ شکلوں کا بذاتہ کوئی قصور نہیں، قصور ہے ناצל مدیر کا جس نے اشکال کو غلط طور پر پیش کیا ہے اور ان پر نمبر تک غلط دے دیئے ہیں۔

یہ بات کہ اشکال کو غلط جگہ اور غلط نمبر سے پیش کیا گیا ہے۔ ہمارا قیاس نہیں ہے بلکہ اس کا ثبوت تو خود رسالے میں ہی موجود ہے۔

رسالے میں شکل نمبر میں (ح)، ایک ہی جگہ پانچ صورتیں ایک ساتھ دی ہوئی ہیں جن میں سے پہلی دو صورتیں متقدمین کے متساوی الاضلاع مثلثوں کے دو مسائل سے متعلق ہیں اور باقی تین صورتیں ابن البیہیم کے پہلے مسئلے کے تین پہلوؤں (یعنی جب کہ تینوں زاویے حادہ ہوں، جبکہ ایک زاویہ منفرج ہو، اور ایک زاویہ

قائم ہو) سے شعلق ہیں۔

اب خود رسالے ہی سے پتہ چلتا ہے کہ یہ صورتیں تین جدا جدا جگہوں پر تھیں اور ان کے نمبر علی الترتیب شکل ۱، ۲، ۳ اور ۴ (اول، دوم و سوم صورتیں) تھے۔ ابن البیثم کے چوتھے مسئلے میں دیکھئے رسالہ ص ۹ سطریں ۱۲-۱۳) یہ بیان ہے کہ "پس ذک: ک د ی: ل ط: د ح جیسا کہ اس مقالے کی شکل ج میں بیان ہو چکا ہے۔ چونکہ مثلث ل و د ک میں ل ط خط د ک پر اور د ح خط و ک پر مخالف زاویوں سے عمود ہیں، لہذا ظاہر ہے کہ شکل ج کا تعلق ابن البیثم کے پہلے مسئلے سے ہے (جن میں یہ ثابت کیا گیا ہے کہ ایسے عمود کے درمیان تناسب متعلقہ مثلثوں کے تناسب کی متکافضہ ہے)۔ اس سے یہ بھی پتہ چلتا ہے کہ متقدمین کے مسائل (جو آگے آئے ہیں) کی متعلقہ اشکال کا نمبر ۱ اور ۲ رہا ہوگا۔

پھر ان کے ساتویں مسئلے میں (دیکھئے رسالہ، ص ۱۱ آخری دو سطریں) میں یہ بیان ہے کہ "پس نرح برابر ہے ح د کے جیسا کہ شکل د میں دکھایا جا چکا ہے۔" چونکہ دوسرے مسئلے میں یہ بات ثابت ہوئی ہے لہذا ظاہر ہے کہ شکل د کا تعلق دوسرے مسئلے کی شکل سے ہے۔ اسی سے یہ بھی پتہ چلتا ہے کہ اس سے قبل تین شکلیں گزری ہوں گی۔ اور چونکہ اس مسئلے سے قبل تین مسائل بیان ہوئے ہیں یہ بات پائے ثبوت کو پہنچ جاتی ہے کہ ہر مسئلہ کی شکل علیحدہ تھی اور اس کا نمبر حرف تہجی میں علیحدہ علیحدہ مسئلہ کے نمبر کے مساوی تھا۔ اس سلسلے میں رسالے میں ایک اور بیان بھی موجود ہے۔ اپنے پہلے مسئلے میں ابن البیثم کہتے ہیں (دیکھئے رسالہ ص ۵ سطریں ۱۸-۱۹ اور ص ۵ سطریں ۵-۱۰) کہ "اگر مثلث ح ا د زاویہ ہو تو..... جیسا کہ پہلی صورت میں ہے۔ اگر مثلث منفرد زاویہ ہو تو..... جیسا کہ دوسری صورت میں ہے۔ اگر مثلث قائمہ زاویہ ہو تو..... جیسا کہ تیسری صورت میں ہے۔" ظاہر ہے کہ "اول"، "دوم" و "سوم" دی ہوئی اشکال کے نمبر اول، دوم و سوم نہیں ہو سکتے۔ بلکہ شکل ج کی تین صورتوں کی طرف اشارہ کر رہے ہیں۔ اس سے یہ ظاہر ہوا کہ یہ تین صورتیں اس مسئلہ کے ساتھ اور دیگر اشکال سے علیحدہ رہی ہوں گی۔

اسی طرح رسالے میں شکل ۲ میں چار صورتیں ایک ساتھ دی ہوئی ہیں جن میں سے پہلی کا تعلق ابن البیثم کے دوسرے مسئلے سے ہے (اور جس کا نمبر د رہا ہوگا) اور باقی تین کا تیسرے مسئلے کے تین پہلوؤں سے (جن کا نمبر ۳-اول، دوم و سوم رہا ہوگا)۔

حکمہ در ترجمہ اس سلسلہ میں ایک قدم اور آگے ہے۔ اس میں سرے سے نمبر ہی نہیں دیئے گئے ہیں (یا

چھپنے سے رہ گئے ہیں) ! علاوہ ازیں رسالے کی شکل ۲ کی چاروں صورتیں سرے سے غائب ہیں ! ویسے تعجب کی بات یہ ہے کہ رسالہ کی طرح ترجمے میں بھی اشکال ج اور د کا ذکر ہے۔ دیکھئے مقالات ابن البیہم۔ ص ۹۵
 سطریں ۲۵-۲۷-۹۶ سطریں ۱-۳، ۹۸ سطر ۵ اور ص ۱ سطر ۱۲۔

اُس ترجمے میں جو تھے مسئلہ میں (ص ۹۸ سطر ۵) دیا ہے کہ ”جس طرح ہم اس مقالے کی شکل ج سے واضح کریں گے“ جس سے یہ خیال ہوتا ہے کہ شکل ج اس مسئلہ کے بعد کے کسی دوسرے مسئلہ سے متعلق ہے اور کوشش بسیار کے باوجود (ظاہر ہے) یہ تعلق نہیں ملتا۔

اسی طرح ساتویں مسئلے میں (ص ۱۰۰ سطر ۱۲) ہے کہ ”جیسے پہلے شکل میں بیان ہو چکا ہے“ پہلے تو خیال ہوتا ہے کہ یہ امر پہلی شکل میں واضح کیا گیا ہے پھر یہ احساس ہوتا ہے کہ فاضل مترجم نے اردو گو امر کی غلطی تو یقیناً نہیں کی ہوگی اور یہ جملہ پوں رہا ہوگا“ جیسا پہلے شکل (فلاں) میں بیان ہو چکا ہے۔ !
 خضکہ موجودہ ترجمہ میں اس کی کوشش کی گئی ہے کہ اشکال کو ان جگہوں اور ان نہروں کے ساتھ پیش کیا جائے جو ان کی اصل میں (ORIGINALLY) رہی ہوں گی۔

۹۔ ہمدرد ترجمے میں یہ ثبوت غلط دیا گیا ہے۔ ترجمہ کے مطابق گویا اضلاع کو ایک دوسرے سے وہی نسبت ہوتی جو کہ اُن کے متعلقہ عمودوں کے درمیان ہے، جب کہ ابن البیہم کا کہنا یہ ہے کہ نسبت وہی نہیں بلکہ متکافئہ یعنی برعکس ہوتی ہے۔

دلچسپی کی بات یہ ہے کہ اس ترجمہ میں تھیویم کے بیان میں لفظ متکافئہ استعمال تو کیا گیا ہے لیکن تھیویم کو غلط طور پر بیان کیا گیا ہے۔ ترجمہ میں دعویٰ یہ ہے کہ ایک ضلع کی نسبت دوسرے سے متکافئہ ہوگی (جس کا کہ سرے سے سوال ہی پیدا نہیں ہوتا)۔ اس دعویٰ کو سمجھانے کے لئے قوسین کے اندر جو بات کہی گئی ہے وہ اولاً تو خود وضاحت طلب ہے اور دویم جو معنی اُس کے لئے جائیں گے خصوصاً ثبوت تک پڑھ جانے کے بعد، وہ مسئلہ کے برعکس ہوگا۔ یعنی دعویٰ وہی خیال کیا جائیگا جس کا (اظہار) اُس ترجمہ میں ثبوت پیش کیا گیا ہے۔

۱۰۔ رسالے میں مسئلہ کے بیان کے علاوہ مثال اور ثبوت بھی موجود ہے لیکن ہمدرد ترجمہ سے نہ صرف مثال و ثبوت غائب ہیں بلکہ مسئلہ کا بیان بھی مکمل نہیں ہے۔ (غالباً یہ کاتب صاحب کی مہربانی ہے !) ایسا معلوم ہوتا ہے جیسے یہ دعویٰ پچھلے مسئلہ کا ایک ناقابل فہم میرا (نامکمل) ثبوت ہے، یا شاید دو مسائل کے درمیان

کسی کی غلطی سے کسی دوسری جگہ کی چیز آپڑی ہے!

- ۱۱۔ اس دعویٰ کے ہمدرد ترجمہ میں کہا گیا ہے کہ قاعدے پر کے کسی نقطے سے سابق پر گرائے گئے عمود مل کر قاعدے کی طرف سے کسی ضلع پر کے خارجی عمود کے برابر ہونگے۔ یہ بات ہی سرے سے سمجھ میں نہیں آتی۔
- اولاً یہ کہ اگر معکوس (VERTICAL) زاویہ منفرجہ (OBTUSE) ہو تو کسی ساق پر خارجی عمود کا سوال ہی نہیں ہوتا۔ دوئم یہ کہ اگر خارجی عمود ہونے کی شرط ہی ہے تو یہ دعویٰ ہر قسم کے معکوس (VERTICAL) زاویے کے لئے صحیح نہیں مگرچہ مسئلہ کے بیان میں یہ دعویٰ بھی شامل ہے۔ سوئم یہ کہ قاعدے کی طرف سے کہ معنی یا تو کچھ نہیں یا صرف یہ کہ قاعدے پر کے کسی نقطے سے۔ اب یہ تو ظاہر ہے کہ ایسی صورت میں یہ عمود اور پہلے کے دو میں سے ایک عمود بالکل یکساں (IDENTICAL) ہونگے اور ایسی صورت میں دو عمودوں کا (اگر دوسرا عمود سرے سے صفر نہ ہو) مل کر اسی عمود کے برابر ہونے کا سوال ہی نہیں۔
- ۱۲۔ مثلث متساوی الساقین میں قاعدے پر کے دونوں زاویے صرف حادیہ (ACUTE) ہی ہو سکتے ہیں۔ کیونکہ بصورت دیگر مثلث کے تینوں زاویے مل کر دو قائمے سے زیادہ ہو جائیں گے جو کہ ناممکن ہے (اقلیدسی جیومیٹری میں)۔ لہذا ایسی مثلث میں صرف ایک زاویہ ایسا ہے جس کے حادہ وغیرہ ہونے یا نہ ہونے کا سوال ہو سکتا ہے اور زاویہ دونوں قاسین سے مل کر بنتا ہے۔ لیکن ہمدرد ترجمہ میں اس زاویے کو مثلث کے برابر کے ضلعوں کا زاویہ کہا گیا ہے جس سے پہلا خیال تو یہی ہوتا ہے کہ قاعدے پر کے کسی زاویے کا کیونکہ وہ ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں) ذکر ہو رہا ہے!
- ۱۳۔ اس مسئلہ کا ایک بالکل ہی جیومیٹریکل (GEOMETRICAL) اور آسان ثبوت بھی ممکن ہے، اور یہ بات سمجھ میں نہیں آتی کہ ابن الہیثم نے اس ثبوت کے بجائے موجودہ ثبوت کیوں پیش کیا ہے۔
- بہر حال۔ وہ ممکن ثبوت یہ ہے۔
- مثال میں دی ہوئی منکلیں پھر فرض کر لیں۔ اب نقطہ د سے ایک خط دط اس طرح نکالیں کہ نقطہ ط ساق وج پر ہو اور خط دط خط لب کے متوازی ہو۔ فرض کریں کہ خط دط اور عمود ج ح ایک دوسرے کو نقطہ س میں کاٹتے ہیں۔
- ثبوت: مثلثات د نر ج اور ج س د میں
- زاویے د نر ج اور ج س د ایک دوسرے کے برابر ہیں کیونکہ دونوں قائمے ہیں (خط دط خط

اب کے متوازی ہے۔ لہذا عمود ج، خط دط پر بھی عمود ہوگا، زاویے دج نہر اور ج دس برابر ہیں (خط دط خط اب کے متوازی ہے لہذا زاویہ ج دط برابر ہے زاویہ ج ب لاکے۔ لہذا زاویہ ج دس برابر ہیں) خط دط خط اب کے متوازی ہے لہذا زاویہ ج دط برابر ہے زاویہ ج ب لاکے۔ لہذا زاویہ ج دس برابر ہے زاویہ ج ب لاکے، جو کہ زاویہ ب ج ل یعنی زاویہ دج نہر کے برابر ہے)

لہذا، مثلثات دج نہر اور ج س د متشابه ہیں۔

۴۔ دج نہر کی نسبت دج س سے وہی ہے جو کہ ج س کو دج س سے ہے۔

۵۔ دج نہر برابر ہے ج س کے۔

اب، دہ برابر ہے۔ ج س کے کیونکہ یہ دونوں خطوط، خط دط اور خط اب کے درمیان عمود ہیں جب کہ دط اور اب متوازی ہیں۔

لہذا، (دج نہر + دہ) برابر ہے (ج س + ج س) کے (جو کہ برابر ہے ج س کے)

۶۔ (دج نہر + دہ) برابر ہے۔ ج س کے۔ (اور یہی ابن البیہم کو ثابت کرنا تھا۔)

